

## Ejercicios de Cálculo

### Relación de problemas de funciones de variable vectorial

1. Determinar el dominio de las siguientes funciones de dos variables reales y calcular el límite de cada una de ellas en  $(0,0)$  :

$$a) f(x,y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} ;$$

$$b) f(x,y) = \frac{xy}{x^2 + y^2} ;$$

$$c) f(x,y) = \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 + (x-y)^2} ;$$

$$d) f(x,y) = \frac{x^2 y}{x^4 + y^2} ;$$

$$e) f(x,y) = x \operatorname{sen} \frac{1}{y}.$$

$$f) f(x,y) = (x+y^2) \operatorname{sen} \left( \frac{1}{xy} \right);$$

$$g) f(x,y) = \frac{y}{x+2y};$$

$$h) f(x,y) = \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2};$$

$$i) f(x,y) = \frac{2xy^2}{x^2 + y^2};$$

$$j) f(x,y) = \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2};$$

$$k) f(x,y) = \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1};$$

$$l) f(x,y) = \frac{x^3 y^3}{x^2 + y^2};$$

$$m) f(x,y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}};$$

$$n) f(x,y) = \frac{x^2}{x+y}, \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2, x \neq -y;$$

$$\tilde{n}) f(x,y) = xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2};$$

$$o) f(x,y) = x \operatorname{sen} \frac{x}{y};$$

$$p) f(x,y) = \frac{x^2 + y}{\sqrt{x^2 + y^2}};$$

$$q) f(x,y) = \frac{x^4 + 2x^2y^2 + 3xy^3}{(x^2 + y^2)^2};$$

$$r) f(x,y) = \frac{x|y|}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

2. Estudiar la continuidad de las funciones  $f_1, f_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por:

$$f_1(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$f_2(x,y) = \begin{cases} \text{sen}(xy), & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$